

MODELADO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA DE UNA LÍNEA DE TRANSMISIÓN EXCITADA POR UNA DESCARGA ATMOSFÉRICA CERCANA

Pablo Gómez Z.
SEPI-ESIME Zacatenco, Instituto Politécnico Nacional
México D.F., MÉXICO

Juan C. Escamilla S.
CINVESTAV del IPN, Unidad Guadalajara
Zapopan, Jal., MÉXICO

Autores Invitados

RESUMEN

En este artículo se presenta el modelado en el dominio de la frecuencia de una línea de transmisión excitada por el campo electromagnético incidente producido por una descarga atmosférica cercana. Se describe también la implementación de una técnica que permite el cálculo de dicho campo a partir de parámetros de la descarga tales como la forma de onda de la corriente de retorno, las coordenadas del punto de impacto, la altura de la nube y la longitud de la línea. La respuesta en el tiempo se obtiene por medio de la transformada numérica de Laplace. Se presentan dos ejemplos de aplicación para evaluar el desempeño del algoritmo presentado.

PALABRAS CLAVES: Descarga atmosférica indirecta, línea de transmisión, transformada numérica de Laplace, transitorio electromagnético

1. INTRODUCCIÓN

El impacto de descargas atmosféricas y su efecto en los sistemas de transmisión y distribución puede dividirse básicamente en dos tipos: descarga directa y descarga indirecta.

Una descarga directa se refiere al impacto franco de la misma sobre alguno de los distintos elementos del sistema tales como torre de transmisión, hilo de guarda o el propio conductor. Esto conlleva en general magnitudes de sobretensión muy altas y, dependiendo del punto de impacto, puede ocasionar daño al aislamiento, descargas disruptivas o, aunque no se tenga un efecto inmediato, el eventual deterioro en la confiabilidad de sus componentes.

Por otro lado, la descarga indirecta se refiere al impacto del rayo a tierra en la proximidad de la línea, lo cual produce campos electromagnéticos que inciden sobre ella. Esto a su vez provoca sobretensiones transitorias cuya magnitud depende, entre otros

factores, de la amplitud y características de la corriente de retorno, la altura de la nube de tormenta y la distancia entre el punto de impacto y la línea. Aunque, como es lógico, el impacto directo del rayo produce magnitudes de sobretensión mayores a las ocasionadas por la incidencia indirecta del mismo, el estudio de los campos electromagnéticos que inciden en la línea ante una descarga cercana es también importante, ya que las sobretensiones generadas son una de las variables importantes para la elección y coordinación de elementos de aislamiento y protección, principalmente en sistemas de distribución, además de ser un fenómeno mucho más frecuente. Además, las sobretensiones transitorias debidas a descargas indirectas y transferidas a los sistemas de baja tensión a través del transformador, pueden ser de gran importancia debido a la sensibilidad de los equipos conectados [1].

De una manera más general, una línea de transmisión excitada por campos electromagnéticos incidentes, cualquiera que sea su fuente, es conocida como línea iluminada. Diversos investigadores han modelado y analizado este fenómeno para aplicaciones en electricidad y electrónica [2]-[9]. Las formulaciones propuestas por Taylor [10], Agrawal [11] y Rachidi [12] son las más conocidas y aplicadas hasta la fecha.

En cuanto a métodos de solución de problemas relacionados con transitorios electromagnéticos, como el que se trata en este trabajo, pueden aplicarse técnicas en el dominio del tiempo o de la frecuencia, siendo las del dominio del tiempo las más comunes. Esto se debe fundamentalmente a su capacidad para considerar cambios en la topología de la red e inclusión de elementos no lineales, además de la posibilidad de realizar simulaciones en tiempo real. Además, la versatilidad y robustez del programa de simulación profesional en el dominio del tiempo EMTP (Electromagnetic Transients Program) [13], en sus distintas versiones, ha hecho su uso extensivo a nivel mundial.

Sin embargo, existen ocasiones en las que se requiere una precisión substancial en los resultados de las simulaciones, o bien se trata con problemas de mayor complejidad, ya sea por el comportamiento de sus parámetros o por la configuración geométrica de los dispositivos que se modelen. En estos casos los métodos en el dominio de la frecuencia pueden ser de gran apoyo. También es común su uso para probar el desempeño de nuevos modelos y técnicas de solución. En particular, considerar la dependencia frecuencial en los parámetros eléctricos de una línea de transmisión puede ser mucho más sencillo y preciso empleando técnicas en el dominio de la frecuencia, y se ha mostrado que los programas de tipo EMTP pueden tener errores numéricos e imprecisiones al tratar con este tipo de problemas [14].

De acuerdo con lo anterior, en este trabajo se opta por desarrollar completamente el modelado de la línea iluminada en el dominio de la frecuencia, para finalmente obtener la respuesta en tiempo del sistema mediante la aplicación de un algoritmo numérico de transformación frecuencia – tiempo conocido como la transformada numérica de Laplace [15].

El modelado de la línea iluminada descrito en este trabajo se basa en la formulación de Taylor [10], en la cual la inclusión del efecto de los campos electromagnéticos incidentes se logra a partir de fuentes de tensión y corriente distribuidas a lo largo de la línea. Más aún, la técnica es mejorada para poder tomar en cuenta los campos incidentes simplemente mediante fuentes concentradas en los extremos de la línea, simplificando sustancialmente el análisis del fenómeno sin sacrificar de forma alguna la exactitud de los resultados. Esta técnica ha sido empleada previamente en [8] con muy buenos resultados

Se describe también la implementación de una técnica para el cálculo de campos electromagnéticos debidos a una descarga atmosférica indirecta, en base al trabajo de Master y Uman [16]. Los campos se calculan a partir de fórmulas que están en función de variables tales como las coordenadas del punto de impacto, la forma de onda y magnitud de la corriente de retorno, la altura de la nube, la longitud de la línea, etc. A partir del cálculo de estos campos se obtienen las fuentes concentradas que requiere el modelo. Además, al implementarse en el dominio de la frecuencia, las formulas integro-diferenciales presentadas en las referencias mencionadas se convierten en ecuaciones algebraicas que pueden resolverse de manera mucho más simple.

Finalmente se presentan dos ejemplos de aplicación. En el primero se compara el resultado del método

descrito respecto al programa de simulación ATP/EMTP para un caso puramente teórico; en el segundo se considera un caso práctico en el cual se analiza la variación del punto de impacto de la descarga atmosférica en relación a las sobretensiones obtenidas en los extremos de la línea.

2. MODELADO DE LA LÍNEA ILUMINADA

De acuerdo con la formulación de Taylor [10], [16], la excitación de una línea de transmisión por un campo electromagnético incidente (línea iluminada) puede aproximarse mediante la inclusión de fuentes distribuidas de tensión y corriente a lo largo de ella. El circuito equivalente por unidad de longitud tendrá entonces la forma mostrada en la Figura 1. A partir de dicho circuito, las ecuaciones que definen la propagación de tensiones y corrientes a lo largo de la línea, conocidas como ecuaciones del telegrafista, se definen en el dominio de Laplace como

$$\begin{aligned} \frac{dV(z,s)}{dz} &= -Z I(z,s) + V_F(z,s) \\ \frac{dI(z,s)}{dz} &= -Y V(z,s) + I_F(z,s) \end{aligned} \quad (1)$$

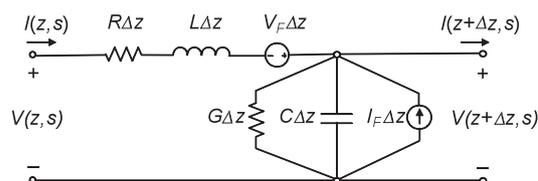


FIGURA 1: Circuito equivalente por unidad de longitud de una línea iluminada

donde s es la variable de Laplace, $V(z,s)$ e $I(z,s)$ representan las tensiones y corrientes a lo largo del eje de propagación z ; Z y Y son la impedancia serie y la admitancia en derivación por unidad de longitud de la línea, respectivamente, dadas por $Z=R+sL$ y $Y=G+sC$. Las fuentes V_F e I_F se relacionan con las componentes del campo electromagnético incidente de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} V_F(z,s) &= s \int_0^h B_x dy \\ I_F(z,s) &= -Y \int_0^h E_y dy \end{aligned} \quad (2)$$

donde h es la altura del conductor, E_y es la componente vertical del campo eléctrico incidente y B_x es la componente transversal el campo magnético (en el

plano transversal a la línea de transmisión). Aplicando el concepto de la exponencial de una matriz, La solución de (1) para un segmento de línea Δz en términos de la matriz cadena $\Phi(\Delta z, s)$ está dada por

$$\begin{bmatrix} V(z + \Delta z, s) \\ I(z + \Delta z, s) \end{bmatrix} = \Phi(\Delta z, s) \begin{bmatrix} V(z, s) \\ I(z, s) \end{bmatrix} + \int_z^{z + \Delta z} \Phi(z - \tau, s) \begin{bmatrix} V_F(\tau, s) \\ I_F(\tau, s) \end{bmatrix} d\tau \quad (3)$$

donde

$$\Phi(\Delta z, s) = \begin{bmatrix} \cosh(\sqrt{ZY} \Delta z) & \sqrt{\frac{Z}{Y}} \sinh(\sqrt{ZY} \Delta z) \\ \sqrt{\frac{Y}{Z}} \sinh(\sqrt{ZY} \Delta z) & \cosh(\sqrt{ZY} \Delta z) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Esta solución relaciona las tensiones y corrientes en cada extremo del segmento, considerando el mismo sentido de corriente en ambos lados. Si el segmento es eléctricamente corto, la integral del lado derecho de (3) puede aproximarse como sigue:

$$\int_z^{z + \Delta z} \Phi(z - \tau, s) \begin{bmatrix} V_F(\tau, s) \\ I_F(\tau, s) \end{bmatrix} d\tau \approx \begin{bmatrix} V_F(z, s) \Delta z \\ I_F(z, s) \Delta z \end{bmatrix} \quad (5)$$

Las ecuaciones (3)-(5) definen la solución del problema mediante la discretización de la línea en M segmentos de longitud Δz (eléctricamente cortos) y la inclusión de las fuentes definidas en (2) entre cada uno de ellos.

Aplicando las condiciones de frontera $z=0$ y $z=\ell$, donde ℓ es la longitud total de la línea, puede obtenerse un modelo en el cual las fuentes se consideren únicamente en el extremo receptor. Esta representación se logra mediante la suma del vector de fuentes distribuidas en cada paso de la conexión cascada de matrices cadena de segmentos de línea; esto es:

$$\begin{bmatrix} V(\ell, s) \\ I(\ell, s) \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^M \Phi^{(M+1-i)} \begin{bmatrix} V(0, s) \\ I(0, s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{FT}(\ell, s) \\ I_{FT}(\ell, s) \end{bmatrix} \quad (6)$$

donde $\Phi^{(i)}$ es la matriz cadena del i -ésimo segmento de línea, de tal forma que el primer término del lado derecho de (6) corresponde a la conexión cascada de matrices cadena. De acuerdo con dicha ecuación, cada matriz cadena puede ser diferente a las demás, de manera que es posible considerar no uniformidades en los parámetros eléctricos de la línea respecto a su longitud, por ejemplo la catenaria entre 2 torres. En el caso de que la línea se considere completamente uniforme, este término se reemplazaría por la matriz cadena de la línea completa. Por otro lado, el segundo segmento del lado derecho de (6) se define como

$$\begin{bmatrix} V_{FT}(\ell, s) \\ I_{FT}(\ell, s) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{M-1} \left\{ \left[\prod_{n=1}^{M-i-1} \Phi^{(M-n)} \right] \begin{bmatrix} V_F(i\Delta z, s) \Delta z \\ I_F(i\Delta z, s) \Delta z \end{bmatrix} \right\} \quad (7)$$

Obsérvese que en el límite, cuando $\Delta z \rightarrow 0$, puede expresarse (7) como una convolución en z entre el vector de fuentes distribuidas y la matriz cadena de la línea:

$$\begin{bmatrix} V_{FT}(\ell, s) \\ I_{FT}(\ell, s) \end{bmatrix} = \int_0^{\ell} \Phi(\ell - z, s) \begin{bmatrix} V_F(z, s) \\ I_F(z, s) \end{bmatrix} dz \quad (8)$$

De acuerdo con la ecuación (6), la excitación por campos incidentes de la línea puede aproximarse mediante la conexión de las fuentes concentradas $V_{FT}(\ell, s)$ e $I_{FT}(\ell, s)$ en el punto $z = \ell$ de la línea sin excitación.

Mediante una subsecuente manipulación algebraica de (6) puede obtenerse una representación nodal que relacione tensiones en ambos extremos con las correspondientes corrientes a través de una matriz de admitancia nodal. En este caso los campos electromagnéticos incidentes se representan en el modelo mediante fuentes de corriente conectadas en ambos extremos de la línea:

$$\begin{bmatrix} I(0, s) \\ I(\ell, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{SS} & -Y_{SR} \\ -Y_{SR} & Y_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(0, s) \\ V(\ell, s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{sc}(0, s) \\ I_{sc}(\ell, s) \end{bmatrix} \quad (9)$$

Los elementos de la admitancia modal están dados por

$$\begin{aligned} Y_{SS} &= -\Phi_{12}^{-1} \Phi_{11} \\ Y_{SR} &= -\Phi_{12}^{-1} = \Phi_{22} \Phi_{12}^{-1} \Phi_{11} - \Phi_{21} \\ Y_{RR} &= \Phi_{22} \Phi_{12}^{-1} \end{aligned} \quad (10)$$

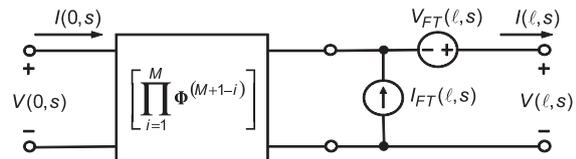


FIGURA 2: Modelo de 2 puertos de una línea iluminada mediante matriz cadena

Las fuentes de corriente nodales inyectadas en los extremos de la línea se definen como sigue:

$$\begin{aligned} I_{SC}(0, s) &= -\Phi_{12}^{-1} V_{FT}(L, s) \\ I_{SC}(L, s) &= -\Phi_{22} \Phi_{12}^{-1} V_{FT}(L, s) + I_{FT}(L, s) \end{aligned} \quad (11)$$

donde Φ_{11} , Φ_{12} , Φ_{21} , Φ_{22} y son los elementos de la matriz cadena de la línea completa:

$$\begin{aligned} I_{SC}(0, s) &= -\Phi_{12}^{-1} V_{FT}(L, s) \\ I_{SC}(L, s) &= -\Phi_{22} \Phi_{12}^{-1} V_{FT}(L, s) + I_{FT}(L, s) \end{aligned} \quad (12)$$

La forma nodal dada en (9) define el modelo de la línea iluminada a partir de la matriz de admitancia nodal de la línea completa sin excitación, y la conexión de las fuentes de corriente, las cuales representan el campo incidente. Por lo tanto, existen 3 partes fundamentales para aplicar este modelo:

- El cálculo de los parámetros eléctricos de la línea, de los cuales se obtendrá la matriz de admitancia nodal, considerando también las conexiones en los extremos de la línea.
- El cálculo del campo electromagnético en relación con la descarga atmosférica que lo ocasiona.
- La transformación de la solución del sistema obtenida en el dominio de la frecuencia, al dominio del tiempo mediante la aplicación el algoritmo de la transformada numérica de Laplace

Los 2 primeros puntos se describen en las siguientes secciones (2.1 y 2.2). Además, una descripción breve de la transformada numérica de Laplace se anexa en el Apéndice.

2.1. Cálculo de parámetros eléctricos

Los parámetros eléctricos para una línea aérea monofásica con región transversal circular se calculan de acuerdo con la formulación descrita por Gary [18], la cual considera la dependencia frecuencial de la impedancia serie de la línea debida al efecto piel en el conductor y en el retorno por tierra.

La impedancia serie por unidad de longitud (Z) se divide en tres conceptos: impedancia geométrica, Z_G , impedancia debida a la corriente de retorno por tierra, Z_T , e impedancia interna debida a la corriente circulante en el conductor, Z_C :

$$Z = Z_G + Z_T + Z_C \quad (13)$$

donde

$$\begin{aligned} Z_G &= s \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h}{r}\right) \\ Z_T &= s \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{P}{h}\right) \\ Z_C &= \sqrt{R_{CD}^2 + Z_{AF}^2} \end{aligned} \quad (14)$$

μ_0 es la permeabilidad en el vacío, r y h son el radio y la altura del conductor, P es la profundidad de penetración compleja de la corriente de retorno, dada por

$$P = \sqrt{\frac{\rho_T}{s\mu_T}} \quad (15)$$

donde ρ_T y μ_T son la resistividad y permeabilidad del terreno, respectivamente. De acuerdo con (14), Z_C se calcula a partir de la combinación de la resistencia de corriente directa R_{CD} y la impedancia de alta frecuencia, Z_{AF} , las cuales se obtienen como sigue:

$$\begin{aligned} R_{CD} &= \frac{\rho_C}{\pi r^2} \\ Z_{AF} &= \frac{\rho_C}{2\pi r \delta} \end{aligned} \quad (16)$$

donde δ es la profundidad de penetración compleja de la corriente de conducción, dada por

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho_C}{s\mu_C}} \quad (17)$$

ρ_C y μ_C son la resistividad y permeabilidad del conductor, respectivamente.

Por otro lado, la admitancia en derivación por unidad de longitud se calcula de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$Y = s \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{2h}{r}\right)} \quad (18)$$

ϵ_0 es la permitividad en el vacío.

2.2. Cálculo del campo electromagnético debido a la descarga

En la Fig. 3 se muestra la representación del campo electromagnético incidente a una línea de transmisión por efecto de una descarga atmosférica cercana. Asumiendo el suelo como un conductor perfecto, Master y Uman definieron las componentes de campo eléctrico y magnético generadas por un diferencial del canal de descarga a una altura y y una distancia r de la siguiente forma [16]:

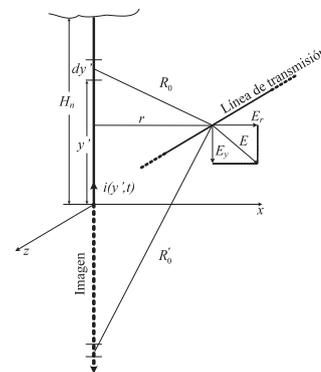


FIGURA 3: Representación del campo electromagnético producido por un canal vertical.

$$\begin{aligned}
dE_r(r,y,t) &= \frac{dy'}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{3r(y-y')}{R_0^5} \int_0^t i(y',\tau-R_0/c) d\tau \right. \\
&\quad \left. + \frac{3r(y-y')}{cR_0^4} i(y',t-R_0/c) \right. \\
&\quad \left. + \frac{r(y-y')}{c^2R_0^3} \frac{\partial i(y',t-R_0/c)}{\partial t} \right] \\
dE_y(r,y,t) &= \frac{dy'}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{2(y-y')-r^2}{R_0^5} \int_0^t i(y',\tau-R_0/c) d\tau \right. \\
&\quad \left. + \frac{3(y-y')-r^2}{cR_0^4} i(y',t-R_0/c) \right. \\
&\quad \left. - \frac{r^2}{c^2R_0^3} \frac{\partial i(y',t-R_0/c)}{\partial t} \right] \quad (19) \\
dB(r,y,t) &= \frac{\mu_0 dy'}{4\pi} \left[\frac{r}{R_0^3} i(y',t-R_0/c) + \frac{r}{cR_0^2} \frac{\partial i(y',t-R_0/c)}{\partial t} \right]
\end{aligned}$$

donde c representa la velocidad de la luz en el vacío e $i(y',t)$ representa la corriente del canal de descarga, la cual se propaga hacia la nube y se define por la siguiente ecuación:

$$i(y',t) = \exp(-\alpha y') i(0,t - y'/v) \quad (20)$$

$i(0,t)$ es la corriente inicial en la base del canal (a nivel del suelo), α es la constante de atenuación de la corriente del canal conforme se propaga en dirección y (hacia la nube) y v es la velocidad de la corriente de retorno. Integrando a lo largo del canal de descarga y su imagen y transformando al dominio de Laplace se tiene:

$$\begin{aligned}
E_r(r,y,s) &= \frac{\exp(-R_0s/c)}{4\pi\epsilon_0} \int_{-H_n}^{H_n} I(y',s) \left[\frac{3r(y-y')}{R_0^5s} \right. \\
&\quad \left. + \frac{3r(y-y')}{cR_0^4} \right. \\
&\quad \left. + \frac{r(y-y')}{c^2R_0^3} \right] dy' \\
E_y(r,y,s) &= \frac{\exp(-R_0s/c)}{4\pi\epsilon_0} \int_{-H_n}^{H_n} I(y',s) \left[\frac{2(y-y')^2 - r^2}{R_0^5s} \right. \\
&\quad \left. + \frac{3(y-y')^2 - r^2}{cR_0^4} \right. \\
&\quad \left. - \frac{r^2}{c^2R_0^3} \right] dy' \quad (21) \\
B(r,y,s) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \exp(-R_0s/c) \int_{-H_n}^{H_n} I(y',s) \left[\frac{r}{R_0^3} + \frac{r}{cR_0^2} \right]
\end{aligned}$$

donde H_n es la altura de la nube $I(y',s)$ es la imagen en el dominio de Laplace de la corriente en el canal de descarga, dada por:

$$I(y',s) = \exp(-\alpha y') \exp(-y's/v) I(0,s) \quad (22)$$

Las integrales definidas en (21) se evalúan mediante un algoritmo de integración numérica. Sin embargo, hasta ahora se ha considerado al suelo como un conductor perfecto. Para considerar que en realidad

el suelo tiene conductividad finita, se emplea la expresión de Cooray-Rubinstein [19]:

$$\tilde{E}_r(r,y,s) = E_r(r,y,s) - \frac{cB(r,0,s)}{\sqrt{1 + \frac{1}{\epsilon_0 \rho_T}}} \quad (23)$$

donde $\tilde{E}_r(r,y,s)$ representa el campo eléctrico horizontal modificado por efecto de la resistividad del terreno, ρ_T , mientras que $B(r,0,s)$ representa el campo magnético a nivel del terreno para suelo conductor perfecto. El campo eléctrico vertical se modifica de manera similar.

La forma de onda empleada para representar la corriente en la base del canal de descarga, $i(0,t)$, es una superposición de 2 funciones tipo Heidler, la cual ha demostrado muy buena aproximación con respecto a mediciones de campo [5]. En la Fig. 4 se muestra esta forma de onda para los parámetros dados en la Tabla 1, los cuales se obtuvieron de [5]. La fuente de corriente tipo Heidler está definida por [20]:

$$i_H(0,t) = \frac{I_b \left(\frac{t}{\tau_1} \right)^n}{\eta + \eta \left(\frac{t}{\tau_1} \right)^n} \exp\left(\frac{-t}{\tau_2} \right) \quad (24)$$

TABLA 1: Parámetros de la forma de onda en la base del canal [5]

	Heidler 1	Heidler 2
I_b (kA)	10.7	6.5
τ_1 (μ s)	0.25	2.1
τ_2 (μ s)	2.5	230
N	2	2

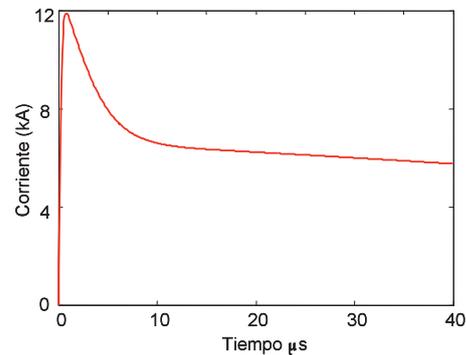


FIGURA 4: Forma de onda de la corriente en la base del canal [5]

donde

$$\eta = \exp \left[- \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right) \left(\frac{n\tau_2}{\tau_1} \right)^{\frac{1}{n+1}} \right] \quad (25)$$

I_b es la amplitud de la corriente en la base del canal, τ_1 es la constante de tiempo de frente de onda, τ_2 es la constante de tiempo de cola de la onda, η es el factor de corrección de la amplitud y n es un exponente del orden 2 al 10.

3. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Se presentan enseguida dos ejemplos de aplicación. En el primero se compara el resultado del método descrito respecto al programa de simulación ATP/EMTP para un caso teórico, con el propósito de validar el método. En el segundo ejemplo se considera un caso práctico en el cual se analiza la variación del punto de impacto de la descarga atmosférica en relación con las sobretensiones obtenidas en los extremos de la línea.

3.1. Comparación con ATP/EMTP considerando un campo uniforme

En este ejemplo se analizan las tensiones transitorias originadas por una onda plana uniforme propagándose en la dirección $-y$ de una línea con las siguientes características geométricas y eléctricas: $r = 7.5\text{mm}$, $h = 10\text{m}$, $l = 100\text{m}$, $\rho_c = 2.71 \times 10^{-8}\Omega\text{-m}$, $\rho_T = 100\Omega\text{-m}$

El campo electromagnético incidente se calcula de acuerdo con (2). Sin embargo, debido a la dirección de la propagación, $E_y = 0$ y por lo tanto $I_F(z,s) = 0$. Por otro lado, $V_F(z,s)$ se define como:

$$V_F(z,s) = hF(s) \quad (26)$$

donde h es la altura de la línea y $F(s)$ se describe mediante una forma de onda de tipo doble rampa lineal, con una magnitud de 1V/m , tiempo de frente de onda y de valor medio de la cola de la onda de $0.1\ \mu\text{s}$ y $0.9\ \mu\text{s}$ respectivamente. La línea tiene conectadas en sus extremos cargas de valor similar a la impedancia característica para evitar reflexiones.

La magnitud y forma de onda de la fuente distribuida $V_F(z,s)$ considerada para este ejemplo no representan el comportamiento de una descarga indirecta, ya que su objetivo fundamental es validar el desempeño del modelo de forma teórica al compararlo con ATP/EMTP.

En la Fig. 5 se muestra la sobretensión transitoria obtenida en los extremos de la línea. Se observa que los resultados del método descrito (identificado como TNL en la figura) son prácticamente idénticos a lo obtenido con ATP/EMTP.

3.2. Variación del punto de impacto considerando un campo no uniforme

En este ejemplo se analizaron las sobretensiones debidas a una descarga atmosférica indirecta en una línea con las siguientes características: $r = 7.5\text{mm}$, $h = 7\text{m}$, $l = 500\text{m}$, $\rho_c = 3.21 \times 10^{-8}\Omega\text{-m}$, $\rho_T = 100\Omega\text{-m}$

Nuevamente, la línea está terminada en ambos extremos en una carga equivalente a su impedancia característica, evitando reflexiones, de tal forma que los resultados se relacionen únicamente con los efectos de la descarga. Las componentes del campo eléctrico y magnético se calculan por medio de las ecuaciones (21), aplicando además la corrección por conductividad finita del terreno dada en (23).

Para este ejemplo se consideró que los campos electromagnéticos varían a lo largo de la línea, por lo que su distribución no es uniforme, lo cual es mucho más aproximado al comportamiento real del fenómeno que la consideración de campos uniformes del ejemplo anterior.

Se consideran 3 casos de variación del punto de impacto, de acuerdo a la Fig. 6:

- **Caso A.** La descarga impacta el suelo a 50 m del extremo izquierdo en el eje z ($z_p = 50\text{m}$), mientras que la distancia en el eje x , denotada como x_p , toma los valores de 30, 50, 100 y 500 m.
- **Caso B.** La descarga impacta el suelo a 250 m del extremo izquierdo en el eje z (a la mitad de la línea); x_p toma los mismos valores del caso anterior
- **Caso C.** La descarga impacta el suelo a 450 m del extremo izquierdo en el eje z . Se consideran los mismos valores de x_p de los casos anteriores.

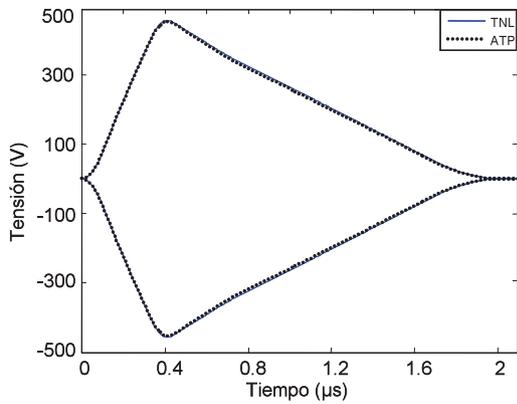


FIGURA 5: Tensión transitoria en los extremos de la línea para el ejemplo 3.1

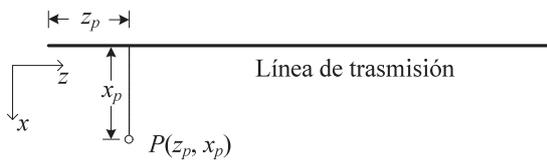


FIGURA 6: Configuración geométrica de la línea respecto a la descarga para el ejemplo 3.2

En las Figs. 7 y 8 se muestran las sobretensiones transitorias en los extremos de la línea para el caso A. Pueden observarse en este caso mayores amplitudes y menores retardos de tiempo en el extremo izquierdo, debido a que la descarga está más cercana a dicho nodo. El comportamiento de las sobretensiones para los casos B y C es similar, pero con diferencias en amplitudes y retardos de acuerdo al punto de impacto. En la Tabla 1 se muestra un resumen de los resultados obtenidos para los 3 casos.

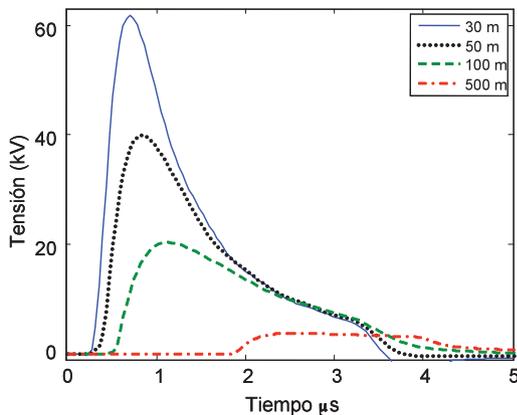


FIGURA 7: Tensiones transitorias en el extremo izquierdo de la línea para el caso A del ejemplo 3.2, ante la variación de la distancia x_p del punto de impacto.

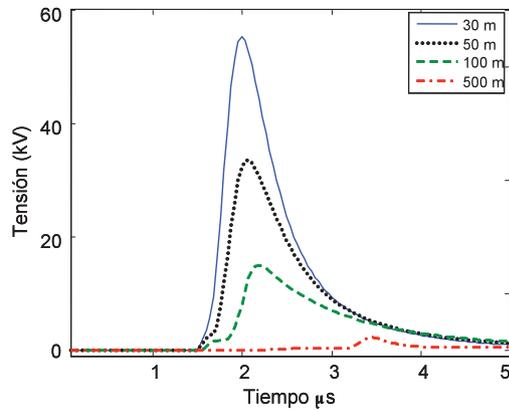


FIGURA 8: Tensiones transitorias en el extremo derecho de la línea para el caso A del ejemplo 3.2, ante la variación de la distancia x_p del punto de impacto

TABLA 2: Sobretensión máxima presente en los 3 casos del ejemplo 3.2

Distancia en el eje z (m)	Distancia en el eje x (m)	Sobretensión máxima, extremo izquierdo (kV)	Sobretensión máxima, extremo derecho (kV)
50 (Caso A)	30	61,70	55,32
	50	39,94	33,58
	100	20,38	15,00
	500	3,79	2,22
250 (Caso B)	30	64,11	64,11
	50	43,28	43,28
	100	23,13	23,13
	500	3,96	3,96
450 (Caso C)	30	55,32	61,70
	50	33,58	39,94
	100	15,00	20,38
	500	2,22	3,79

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este trabajo se describió e implementó un modelo de la línea de transmisión en el dominio de la frecuencia que permite la inclusión de campos incidentes por medio de fuentes concentradas de corriente en sus extremos. Se presentó también una técnica para el cálculo de los campos electromagnéticos que se generan a partir de una descarga atmosférica indirecta. Los resultados en el dominio del tiempo se obtuvieron aplicando la transformada numérica de Laplace (TNL).

Para el primer caso de aplicación, se presentaron comparaciones con el programa de simulación ATP/EMTP. Sin embargo, este programa no cuenta con un modelo que permita analizar este fenómeno directamente, debido a lo cual fue necesaria su implementación, la cual requiere de la división de la línea en un número de segmentos, colocando las fuentes distribuidas entre cada uno de ellos,

con la principal desventaja de que para el análisis de diferentes configuraciones de línea iluminada se requiere rehacer completamente el caso. Además, no cuenta con elementos que permitan incluir los campos mediante fuentes con formas de onda arbitrarias. El programa en el dominio de la frecuencia no presenta estas desventajas, pudiéndose considerar distintos casos de simulación simplemente modificando los datos de entrada.

Para el segundo ejemplo de aplicación, es interesante observar en la Tabla 2 que las magnitudes mayores de tensión en ambos extremos de la línea se presentaron siempre para el caso B (descarga a la mitad de la línea). Podría predecirse que los casos A y C, al tratarse de descargas más cercanas a los extremos izquierdo y derecho provocarían mayores magnitudes de tensión en los extremos respectivos. Sin embargo, el fenómeno de la descarga indirecta es más complejo e impredecible que la descarga directa. Pruebas experimentales han mostrado que, en ocasiones, un transformador de distribución conectado en un extremo remoto de una línea expuesta a una descarga indirecta puede llegar a dañarse mientras que uno más cercano no se ve afectado [21].

En el desarrollo del presente trabajo se asumió en todo momento a la línea como monofásica; sin embargo, dadas la magnitudes y dimensiones físicas de una descarga atmosférica en relación a la operación de la línea, es de esperarse que el comportamiento de cada fase de una línea real sea muy similar, de manera que la aproximación realizada en este trabajo puede aplicarse para cuantificar las sobretensiones esperadas por fase. Aún así, se trabaja actualmente en una generalización del proyecto para considerar el caso multiconductor, incluyendo todas las fases e hilos de guarda.

5. AGRADECIMIENTOS

Pablo Gómez agradece el apoyo de la Secretaría de Investigación y Posgrado del Instituto Politécnico Nacional para la realización de este trabajo, a través del proyecto clave 20080982.

6. DEDICATORIA

“Este trabajo está dedicado a la memoria del Dr. Pablo Oñate, gran profesional y mejor amigo”.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) BORGHETTI A., MORCHED A.S., NAPOLITANO F., NUCCI C.A., PAOLONE M.; Lightning-Induced Overvoltages Transferred from Medium-Voltage to Low-Voltage Networks, Proc. of IEEE St. Petersburg Power Tech, St. Petesburg, Russia, 27-30 June 2005.
- (2) COORAY V.; Calculating Lightning-Induced Overvoltages in Power Lines: A Comparison of Two Coupling Models, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 36, No. 3, pp. 179-182, Aug. 1994.
- (3) PAUL C. R.; A Spice Model For Multiconductor Transmission Line Excited by an Incident Electromagnetic Field, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 36, No. 4, pp. 342-354, Nov. 1994.
- (4) PAUL C. R.; Literal Solution for the Time-Domain Response of a Two-Conductor Transmission Line Excited by an Incident Electromagnetic Field, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 37, No. 2, pp. 241-251, May 1995.
- (5) NUCCI C.A., RACHIDI F., IANOZ M., MAZZETTI C.; Lightning-induced voltages on overhead power lines, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 35, No. 1, pp. 75-86, Feb. 1993
- (6) DAS S.K., SMITH W. T.; Incident Field Coupling Analysis of Multiconductor Transmission Lines Using Asymptotic Waveform Evaluation, Proc. of IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Santa Clara, CA., USA, 19-23 Aug. 1996.
- (7) OMID M., KAMI Y., HAYAKAWA M.; Field Coupling to Nonuniform and Uniform Transmission Line, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 39, No. 3, pp. 201-211, Aug. 1997.
- (8) GOMEZ P., MORENO P., NAREDO J.L.; Frequency-Domain Transient Analysis of Nonuniform Lines With Incident Field Excitation, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 20, No. 3, pp. 2273-2280, July 2005.
- (9) SHINH G., NAKHLA N, ACHAR R., NAKHLA M., ERDIN I.; Analysis of Multiconductor Transmission Lines with Frequency-Dependent Parameters and Incident Electromagnetic Fields, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 48, No. 1, pp. 1107-1110, Feb. 2005.
- (10) TAYLOR C.D., CASTILLO J.P.; On

- Electromagnetic-Field Excitation of Unshielded Multiconductor Cables, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. EMC-20, No. 4, pp. 495-500, Nov. 1978.
- (11) AGRAWAL A.K., PRICE H.J., GURBAXANI S.H.; Transient response of a multiconductor transmission line excited by a nonuniform electromagnetic field, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, EMC-22, No.2, pp. 119–129, May 1980.
- (12) RACHIDI F.; Formulation of the field-to-transmission line coupling equations in terms of magnetic excitation field, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 35, No. 3, pp. 404–407, Aug. 1993.
- (13) DOMMEL H.W.; Electromagnetic Transients Program Reference Manual (EMTP Theory Book), prepared for Bonneville Power Administration, Portland, Oregon, Aug. 1986.
- (14) MORENO P., GÓMEZ P., J. L. NAREDO, J.L. GUARDADO L.; Frequency Domain Transient Analysis of Electrical Networks Including Non-linear Conditions, Int. Journal of Electrical Power and Energy Systems, vol. 27, No. 2., pp. 139-146, Feb. 2005.
- (15) GÓMEZ P., URIBE F.A.; On the Application of the Numerical Laplace Transform for Accurate Electromagnetic Transient Analysis, Rev. Mex. Fis., vol. 53, no. 3, pp. 198-204, June 2007.
- (16) MASTER M.J., UMAN M.A.; Transient electric and magnetic fields associated with establishing a finite electrostatic dipole, Amer. J. Phys., no. 51, pp. 118–126, 1983.
- (17) PAUL C.R.; Analysis of Multiconductor Transmission Lines, New York, John Wiley & Sons Press, 1994, pp 395-488.
- (18) GARY C.; Approche complète de la propagation multifilaire en haute fréquence par utilisation des matrices complexes, EDF Bulletin de la Direction des Études et Recherches, no. 3/4, pp. 5–20, 1976.
- (19) COORAY V.; Some Considerations on the Cooray–Rubinstein Formulation Used in Deriving the Horizontal Electric Field of Lightning Return Strokes Over Finitely Conducting Ground, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 44, No. 4, pp. 560-566, Nov. 2002.
- (20) HEIDLER F., CVETIC J.M., STANIC B.V.; Calculation of lightning current parameters, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, No. 2, pp. 399–404, Apr. 1999.

- (21) HUEHARA K., OHWA G.; Investigation of Lightning Damages on Distribution Lines, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-87, pp. 1018-1025, 1968.

APÉNDICE: LA TRANSFORMADA NUMÉRICA DE LAPLACE

El par de transformadas de Laplace (directa e inversa) considerando un rango de integración finito se define como

$$F(c + j\omega) \equiv \int_0^T [f(t)e^{-ct}] e^{-j\omega t} \quad (A.1)$$

$$f(t) \equiv \text{Re} \left\{ \frac{e^{ct}}{\pi} \int_0^\Omega \sigma(\omega) F(c + j\omega) e^{j\omega t} \right\}$$

donde $f(t)$ es una función real y causal y $F(s)$ es su imagen en el dominio de Laplace; ω es la frecuencia angular, T es el tiempo máximo de interés y Ω es la frecuencia máxima del espectro. El término $\sigma(\omega)$ es una función de peso, también conocida como ventana, la cual se emplea para minimizar los errores de Gibbs producidos por el truncamiento del espectro de frecuencias. En este trabajo se emplea la ventana de Hanning, dada por la siguiente expresión [15]:

$$\sigma(\omega) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi\omega}{\Omega} \right) \right] \quad (A.2)$$

Además, dado que la función $f(t)$ se obtiene mediante la evaluación numérica de (A.1), la discretización del espectro de frecuencias provocará el fenómeno de aliasing. La constante de estabilidad de Laplace c puede emplearse para atenuar los errores asociados con este fenómeno *suavizando* la respuesta en frecuencia. En este trabajo se aplica un valor de $c=2\Delta\omega$ obtenido empíricamente por Wilcox [15].

Finalmente, las ecuaciones (A.1) se obtienen en una forma numérica que permite emplear el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés), de tal manera que la transformación sea más rápida computacionalmente [15]:

$$F_m = \sum_{n=0}^{N-1} F_n D_n \exp \left(-\frac{j2\pi mn}{N} \right) \quad m = 1, 2, \dots, N-1 \quad (A.3)$$

$$f_n = \text{Re} \left\{ C_n \sum_{m=0}^{N-1} F_m \sigma_m \exp \frac{j2\pi mn}{N} \right\}, n = 1, 2, \dots, N-1$$

donde

$$\begin{aligned}F_m &= F[c + j(2m + 1) \Delta\omega] \\f_n &= f(n \Delta t) \\D_n &= \Delta t \exp\left(-cn \Delta t - \frac{j\pi n}{N}\right) \\C_n &= \frac{2\Delta\omega}{\pi} \exp\left(cn \Delta t + \frac{j\pi n}{N}\right) \\ \sigma_m &= \sigma[(2m + 1) \Delta\omega] \\ \Delta t &= \frac{T}{N} \\ \Delta\omega &= \frac{\pi}{T}\end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Los términos ω y t corresponden a los pasos de integración en la frecuencia y en el tiempo, respectivamente.

7. CURRICULUM VITAE



Pablo Gómez Zamorano.-Nació en Zapopan, México en 1978. Recibió su título de Ingeniero Mecánico Electricista de la Universidad Autónoma de Coahuila, México, en 1999, y sus títulos de Maestro y Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica del CINVESTAV del IPN, Unidad Guadalajara, México, en 2002 y 2005, respectivamente.

Es Profesor Investigador en el Departamento de

Ingeniería Eléctrica de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación de la ESIME Zacatenco del Instituto Politécnico Nacional, México. Actualmente, realiza una estancia de investigación posdoctoral en el Polytechnic Institute of NYU, Brooklyn, New York, USA. Sus áreas de interés principal son el modelado y la simulación de equipo eléctrico para el análisis de transitorios electromagnéticos y compatibilidad electromagnética.



Juan Carlos Escamilla Sánchez.-

Recibió su título de Ingeniero Electricista con especialidad en Potencia de la ESIME Zacatenco del Instituto Politécnico Nacional, México, en 2004, y su título de Maestro en Ciencias en Ingeniería Eléctrica de la SEPI-ESIME

Zacatenco del Instituto Politécnico Nacional, México, en 2008.

Actualmente es estudiante de Doctorado en Ciencias en Ingeniería Eléctrica del CINVESTAV del IPN, Unidad Guadalajara. Su área de interés principal es el estudio de transitorios electromagnéticos en sistemas eléctricos de potencia.