

Wilmer Gamboa  
Juan Plazarte  
Dirección de Operaciones

## RESUMEN

Muchas de las características y aspectos de los problemas de estabilidad de voltaje se pueden analizar mediante métodos estáticos, los cuales analizan la viabilidad del punto de equilibrio representado por una condición de operación especificada de un sistema de potencia. Se plantean dos preguntas: ¿Qué tan cerca se encuentra el sistema de la inestabilidad de voltaje?, y ¿Por qué ocurre la inestabilidad?. La ventaja de los métodos que se analizan es que proporcionan información relacionada con la estabilidad de voltaje desde una amplia perspectiva del sistema y que identifican claramente las áreas con problemas potenciales, entonces con la metodología que se describe en este documento se pueden encontrar los nodos y áreas vulnerables, es posible identificar los sitios más idóneos para ubicar elementos de compensación reactiva, además de distribuir de manera apropiada las reservas reactivas para mantener adecuados los márgenes de estabilidad de voltaje y cuál es la distancia de inestabilidad.

**PALABRAS CLAVE:** Análisis de Estabilidad de Voltaje, Curvas P-V, Sensitividad Q-V, Factores de Participación de Barras y Análisis Modal.

## 1. INTRODUCCIÓN

La estabilidad de un sistema de potencia es la característica particular para mantener un estado de equilibrio en condiciones normales de operación o luego de estar sujeto a una perturbación.

La estabilidad de voltaje en un sistema de potencia se presenta cuando además de mantener el equilibrio generación – carga, los voltajes en todas las barras del sistema están dentro de una banda aceptable, que garantice condiciones de operación confiables y seguras.

Se llega a la inestabilidad cuando disminuyen progresiva e incontrolablemente los voltajes del sistema, debido a: la característica de la carga, ausencia y/o insuficientes elementos de compensación de potencia reactiva, aumento de la relación de

transformación de los transformadores con LTC's y operar en los límites de producción de potencia reactiva de los generadores.

Es importante distinguir entre inestabilidad de voltaje y colapso de voltaje. El colapso de voltaje es una secuencia de eventos que ante un disturbio y donde las reservas de potencia reactiva son casi nulas, provocan una caída significativa del voltaje inferior a los límites aceptables de operación.

Con el objetivo de conocer de manera puntual las zonas sensibles del SNI y que potencialmente puedan presentar problemas de estabilidad de voltaje se recurre a la revisión y aplicación de las técnicas de análisis de estabilidad de voltaje.

En el numeral 2 se presenta la teoría, en el numeral 3 un ejemplo de aplicación, en el numeral 4 los resultados obtenidos para el SNI y en el numeral 5 las conclusiones y recomendaciones.

## 2. FUNDAMENTO TEÓRICO

Los estudios de estabilidad se inician con un análisis de flujos de potencia para determinar las condiciones iniciales.

Las ecuaciones de flujos de potencia en forma polar son:

$$P_i = \sum_{j \in \mathcal{E}} V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (1)$$

$$Q_i = \sum_{j \in \mathcal{E}} V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (2)$$

Donde P y Q son funciones de la magnitud de voltaje V y el ángulo  $\theta$ .

Desarrollando las ecuaciones (1) y (2), para todas las barras del sistema bajo análisis y aplicando el método de Newton-Raphson resulta:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix}}_{\text{Jacobiano}} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (3)$$

El Jacobiano es la matriz que proporciona información útil para el análisis de estabilidad de voltaje.

La estabilidad está determinada por el cálculo de las curvas P-V y Q-V en barras seleccionadas para análisis, cada curva resulta de estresar paulatinamente la barra seleccionada y calcular los flujos de potencia para cada nueva condición. Las barras serán seleccionadas cuidadosamente y para tener información completa debe simularse un gran número de flujos de potencia hasta que ya no converjan encontrándose su valor límite.

Los métodos prácticos que proporcionan información relacionada a la estabilidad de voltaje en un sistema de potencia son el análisis de la sensibilidad Q-V y el análisis modal, con estas técnicas se obtiene una perspectiva más amplia del problema de estabilidad de voltaje y claramente identifica las áreas con potenciales problemas de estabilidad.

La razón principal para considerar inicialmente el análisis de la sensibilidad Q-V es por que constituye una buena introducción al análisis modal.

Pero antes de ello, se hace una pequeña introducción al análisis de curvas P-V, la cuál gráficamente puede revelarnos información muy útil de la operación del sistema.

## 2.1. Análisis de Curvas P-V

Una curva PV implica realizar múltiples flujos de potencia con diferentes valores de carga aplicados a una barra. Una vez que el flujo de potencia tiene solución luego de la variación de carga, se registra el valor de voltaje en la barra y se procede a graficar.

Cuando la variación de carga hace que la barra se acerque al punto de inestabilidad, el flujo de potencia tiene problemas de convergencia, por lo que los incrementos de carga se reducen en magnitud para permitir que el flujo de potencia converja hasta que el flujo de potencia tenga un error de 1 MW. Este método permite conocer la distancia que existe al punto de inestabilidad. La curva característica P-V se muestra a continuación:

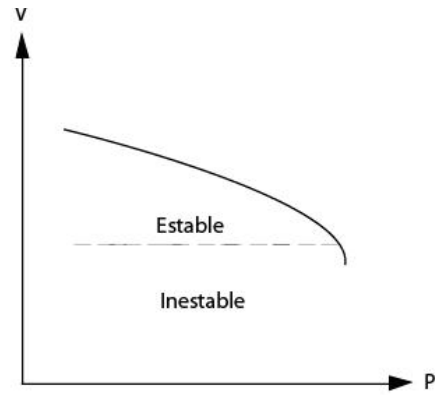


FIGURA 1: Curva Característica P-V

En la Figura 1 se observa que el punto de operación base es el inicio de la curva, a medida que la carga se va incrementando el perfil de voltaje disminuye con una tendencia diferente para cada barra. Cuando la pendiente de la curva tiende a ser vertical el sistema entra a un área inestable de operación y ante cualquier variación de carga el voltaje de la barra puede llevar al colapso.

## 2.2. Análisis de Sensitividad Q-V

Otra forma de representar la ecuación (3) se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (4)$$

Donde se definen los siguientes componentes como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial \theta} &= J_{P\theta} & \frac{\partial P}{\partial V} &= J_{PV} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} &= J_{Q\theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} &= J_{QV} \end{aligned}$$

Esta ecuación representa la sensibilidad entre el flujo de potencia y los cambios de voltaje en la barra. Entonces es claro que la estabilidad de voltaje es afectada tanto por la Potencia Activa (P), como por la Potencia Reactiva (Q). Si asumimos que P es constante evaluamos la estabilidad de voltaje como sigue:

$\Delta P = 0$ , reemplazando en (4) tenemos:

$$\Delta Q = J_{Q\theta} \cdot \Delta \theta + J_{QV} \cdot \Delta V \quad (5.1)$$

$$0 = J_{P\theta} \cdot \Delta \theta + J_{PV} \cdot \Delta V \quad (5.2)$$

Despejando  $\Delta\theta$  de la ecuación (5.2) y reemplazando en la ecuación (5.1) se tiene:

$$\Delta Q = (J_{QV} - J_{Q\theta} \cdot J_{P\theta}^{-1} \cdot J_{PV}) \cdot \Delta V \quad (6)$$

Entonces:

$$\Delta Q = J_R \cdot \Delta V \quad (7)$$

Donde:

$$J_R = (J_{QV} - J_{Q\theta} \cdot J_{P\theta}^{-1} \cdot J_{PV}) \quad (8)$$

$J_R$  se conoce como Jacobiano reducido, representa la relación linealizada entre las variaciones de las magnitudes de voltajes  $\Delta V$  en las barras y la inyección de potencia reactiva  $\Delta Q$  en la misma barra.

De (7) se puede obtener que:

$$\Delta V = J_R^{-1} \cdot \Delta Q \quad (9)$$

$J_R^{-1}$  es el inverso del Jacobiano reducido. En el que el  $i$ -ésimo elemento de la diagonal representa la sensibilidad Q-V en la barra  $i$ .

La sensibilidad Q-V representa la inclinación de la curva Q-V en un punto de operación. Una sensibilidad positiva indica operación estable; si es pequeño indica que la barra es estable. Un valor negativo indica operación inestable. (La barra opera en el límite de estabilidad cuando la sensibilidad tiende al infinito).

Debido a la no – linealidad de las relaciones de sensibilidad Q-V, la magnitud de la sensibilidad para diferentes condiciones de operación no proporciona una medida directa del grado de estabilidad.

### 2.3. Análisis Modal

Se fundamenta en el cálculo de los valores propios (eigenvalores) y vectores propios (eigenvectores) de la matriz Jacobiana reducida, que relaciona en forma lineal la potencia reactiva inyectada en la red con los voltajes de las barras, y permite determinar áreas débiles o sensibles.

La magnitud de los eigenvalores proporciona una medida relativa de la proximidad a la inestabilidad, pero no indica una medida absoluta debido a la no linealidad del problema.

Un sistema es estable en voltaje si los eigenvalores son positivos, está en el límite de la estabilidad si

un eigenvalor es igual a cero y es inestable si son negativos.

Para el cálculo de eigenvalores y eigenvectores de la matriz jacobiana reducida  $J_R$ . Se reescribe la ecuación (8):

$$J_R = \xi \cdot \Lambda \cdot \eta \quad (10)$$

Donde:

- $\xi$  = Matriz de eigenvectores derechos de  $J_R$ .
- $\eta$  = Matriz de eigenvectores izquierdos de  $J_R$ .
- $\Lambda$  = Matriz diagonal de eigenvalores de  $J_R$ .

Si invertimos la ecuación (10), resulta:

$$J_R^{-1} = \xi \cdot \Lambda^{-1} \cdot \eta \quad (11)$$

Reemplazando la ecuación (11) en (9):

$$\Delta V = \xi \cdot \Lambda^{-1} \cdot \eta \cdot \Delta Q \quad (12)$$

Generalizando:

$$\Delta V = \sum_i \frac{\xi_i \cdot \eta_i}{\lambda_i} \cdot \Delta Q \quad (13)$$

Donde:

- $\xi_i$  =  $i$ -ésima columna del eigenvector derecho.
- $\eta_i$  =  $i$ -ésima fila del eigenvector izquierdo.
- $\lambda_i$  = eigenvalor de cada modo.

Dado que  $\xi^{-1} = \eta$ , la ecuación (12) puede escribirse como:

$$\eta \cdot \Delta V = \Lambda^{-1} \cdot \eta \cdot \Delta Q \quad (14)$$

ó

$$v = \Lambda^{-1} \cdot q \quad (15)$$

Donde:

$v = \eta \cdot \Delta V$  = Vector de variaciones modales de voltajes.

$q = \eta \cdot \Delta Q$  = Vector de variaciones modales de potencia reactiva.

Por lo tanto, la diferencia entre las ecuaciones (9) y (15) es que  $\Lambda^{-1}$  es una matriz diagonal y  $J_R^{-1}$  generalmente es no –diagonal (Es no-diagonal cuando se consideran los dispositivos de control del sistema eléctrico de potencia en la formación del Jacobiano).

Entonces para el  $i$ -ésimo modo se tiene que:

$$v_i = \frac{1}{\lambda_i} \cdot q_i \quad (16)$$

La magnitud de  $\lambda_i$  determina el grado de estabilidad del  $i$ -ésimo voltaje modal (Los modos no consideran las barras PV ni tampoco la barra oscilante).

Se puede encontrar una relación entre la sensibilidad V-Q de barras y los eigenvalores de  $J_{PQ}$ . Considerando que  $\Delta Q = ek$ , donde  $ek$  tiene todos los elementos igual a cero excepto para el  $k$ -ésimo elemento el cual es igual a uno.

Tenemos entonces de la ecuación (13) que:

$$\Delta V = \sum_i \frac{\eta_{ik} \xi_i}{\lambda_i} \quad (17)$$

Donde  $\eta_{ik}$  es el  $k$ -ésimo elemento de  $\eta_i$

Entonces la sensibilidad V-Q para la barra  $k$  está dada por:

$$\frac{\partial V_k}{\partial Q_k} = \sum_i \frac{\xi_{ki} \eta_{ik}}{\lambda_i} \quad (18)$$

Esto indica que la sensibilidad V-Q no identifica modos individuales de inestabilidad de voltaje; pero, proporciona información del efecto combinado de las variaciones (voltaje - potencia reactiva) que se producen en todas las barras y cuanto influyen en la barra  $k$ .

#### 2.4. Factores de Participación de las Barras

Para analizar cuál es la participación de una barra con respecto al modo crítico  $i$ , se recurre a la siguiente expresión:

$$P_{ki} = \xi_{ki} \cdot \eta_{ik} \quad (19)$$

Se concluye que un factor de participación alto representa a una barra con mayor deficiencia de reactivos y por tanto son las barras mas adecuadas para implementar dispositivos de control de voltaje.

Para los eigenvalores más pequeños, se calculan los factores de participación que determinan las áreas más cercanas a la inestabilidad.

### 3. EJEMPLO DE APLICACIÓN

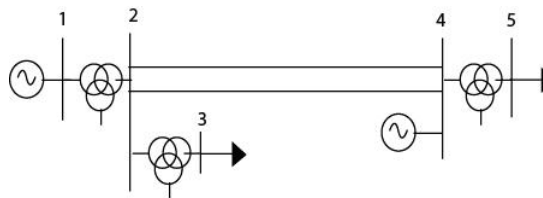


FIGURA 2: Diagrama Unifilar del Sistema de Ejemplo

Se consideran los parámetros de los elementos de la zona Santo Domingo – Esmeraldas y se analiza como ejemplo para 5 barras en donde: barra 1 oscilante, barra 4 se encuentra un generador con valores de potencia reactiva fijos (barra PQ).

Se simulan tres transformadores con terciario. Barras 3 y 5 son de carga constante.

Partiendo de las condiciones iniciales, se calculan los eigenvalores del Jacobiano reducido:

TABLA 1. Eigenvalores del Jacobiano Reducido

Modo	Eigenvalores ( $\lambda$ )
1	187,57
2	100,77
3	70,34
4	47,53
5	20,31
6	15,59
7	10,75
8	0,83
9	3,29
10	5,03

El modo crítico es el 8, y los factores de participación son:

TABLA 2: Factores de Participación

Número Barra	Factores de Participación
2	0,006109577
3	0,008153774
4	0,163198743
5	0,24228155

Esto indica que si se aumenta simultáneamente la potencia reactiva (en un valor infinitesimal) en todas las barras del sistema, la barra 5 contribuye con 24,2% al modo crítico.

Gráficamente se tiene:

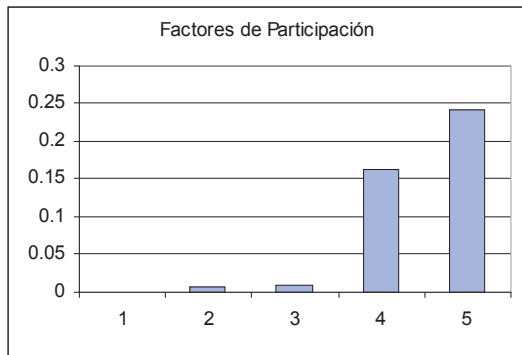


FIGURA 3: Factores de Participación

Para obtener la curva P-V y la sensibilidad Q-V de la barra 5 se incrementa paulatinamente la carga a través de un factor de carga (0,05 MW). Mientras converja el flujo de potencia, los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 3:

TABLA 3: Cálculo de la Sensibilidad Q-V

Curva P-V y Sensibilidad Q-V			
Pasos Incrementales de Carga	Carga	Perfil Voltaje	Sensibilidad
Caso Inicial	0,8	1,016	0,022766
1	0,85	1,01	0,022775
2	0,9	1,005	0,022789
...	...	...	...
17	1,65	0,789	0,027239
18	1,68	0,751	0,033937
19	1,68	0,741	0,038294

La barra 5 inicia con 80 MW y llega a la inestabilidad con un incremento de 87,8 MW, indicando que la barra colapsa con esa carga, el voltaje es 0,74 pu, y el sistema ya no converge:

Las Figuras 4 y 5 muestran que al acercarse la barra 5 al límite de estabilidad, la sensibilidad Q-V tiende al infinito.

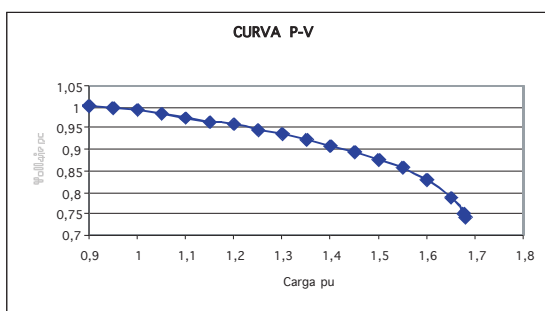


FIGURA 4: Curva P-V

### Sensibilidad V/Q

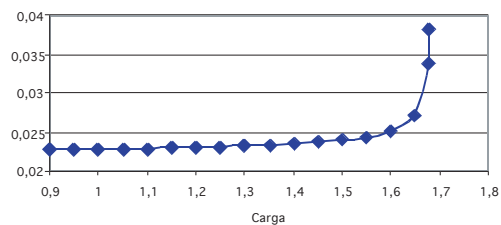


FIGURA 5: Sensibilidad Q-V

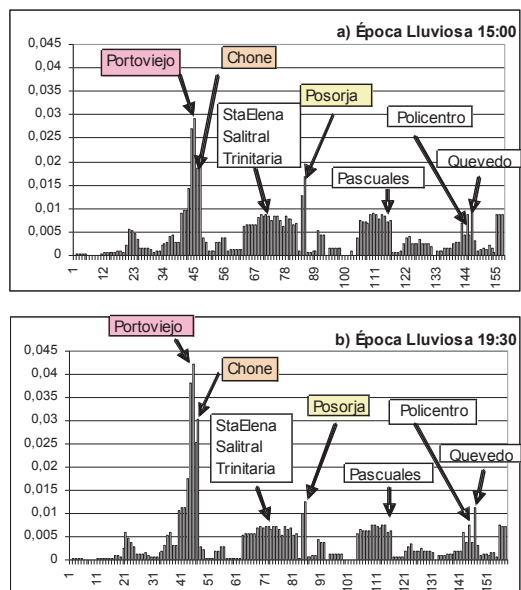
## 4. SIMULACIONES EN EL SNI

Las metodologías descritas sobre los factores de participación (análisis modal) y sensibilidad Q-V aplicamos para el estudio de estabilidad de voltaje para el Sistema Nacional Interconectado - SNI. Se analizan dos escenarios, época de estiaje (alto despacho térmico) y lluvioso (despacho netamente hidráulico); con despachos de generación en demanda media y punta (15:00 y 19:30). Toda la información (generación y potencias activa y reactiva de los puntos de entrega) del sistema se recopiló y validó del Histórico del NETWORK MANAGER SYSTEM.

Los períodos analizados no consideran a la Central Trinitaria por encontrarse en mantenimiento.

Se inicia el análisis encontrando el modo crítico para cada caso y sus correspondientes factores de participación de barras, cuyos resultados se muestran a continuación:

De las Figuras se nota que el área más sensible constituye la zona de Portoviejo-Chone seguida muy de cerca por la zona de Pascuales (Trinitaria, Salitral, Policentro, Santa Elena y Posorja).



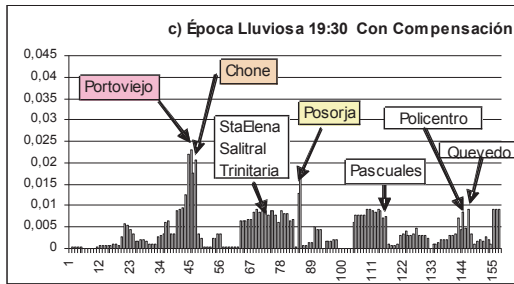


FIGURA 6: a) Factores de Participación Calculados para Época Lluviosa en Demanda Media. b) Demanda Punta. c) En Demanda Punta con Compensación de 24MVAR

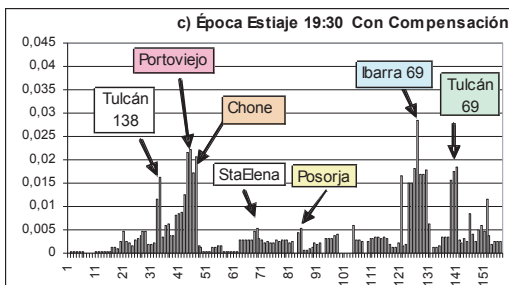
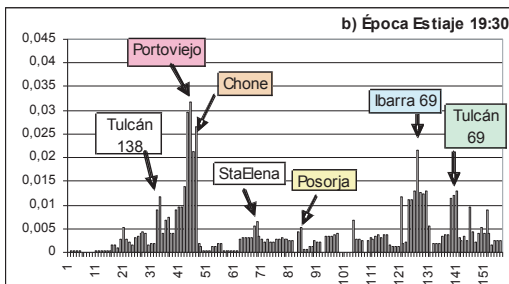
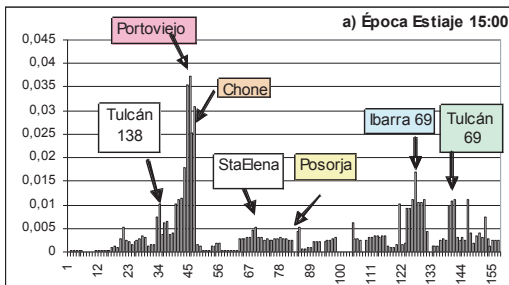


FIGURA 7: a) Factores de Participación Calculados para Época de Estiaje en Demanda Media. b) Demanda Punta. c) En Demanda Punta con Compensación de 24MVAR

En las Figuras, se mantiene la sensibilidad de Portoviejo y Chone y además la zona Ibarra – Tulcán. La zona de Pascuales mejora su estabilidad debido al parque térmico despachado.

Si calculamos la distancia al colapso de voltaje que tiene la barra de 69 kV de la S/E Portoviejo en diferentes condiciones, se tiene:

TABLA 4: Barra de 69 KV de la S/E Portoviejo

Casos de Análisis	Distancia Colapso	Unidades HNación	HNación P/MW	HNación Q/MVAR
Estiaje 15:00	21,5	1	60	37
Estiaje 19:30	20	3	135	112
19:30 Con Compensación	33	3	135	112
Lluvioso 15:00	4	1	40	35
Lluvioso 19:30	11	3	130	73
19:30 Con Compensación	24	3	130	73

HNación: Central Hidronación

Con los resultados obtenidos, se concluye que la zona de Portoviejo es más sensible en época lluviosa. Mejora la estabilidad en voltaje con la implementación de compensación reactiva. A continuación se muestran las curvas P-V y de sensibilidad Q-V para el período lluvioso.

En las Figuras, en la curva P-V para el caso sin compensación la caída de voltaje es muy rápida ante el incremento de carga, el valor de sensibilidad es alto, por lo que, en pocos pasos llega al colapso, en cambio cuando se incorpora compensación la curva se presenta más atenuada, la distancia al colapso aumenta y la curva de sensibilidad tiene valores más bajos.

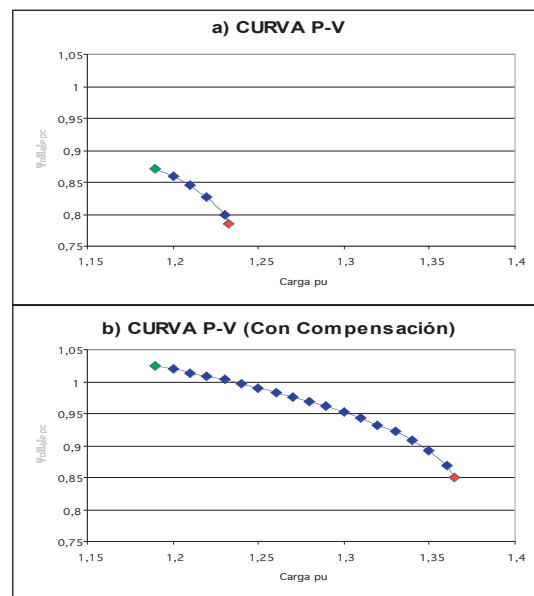


FIGURA 8: a) Curva P-V Sin Compensación. b) Curva P-V en Período Lluvioso con Compensación

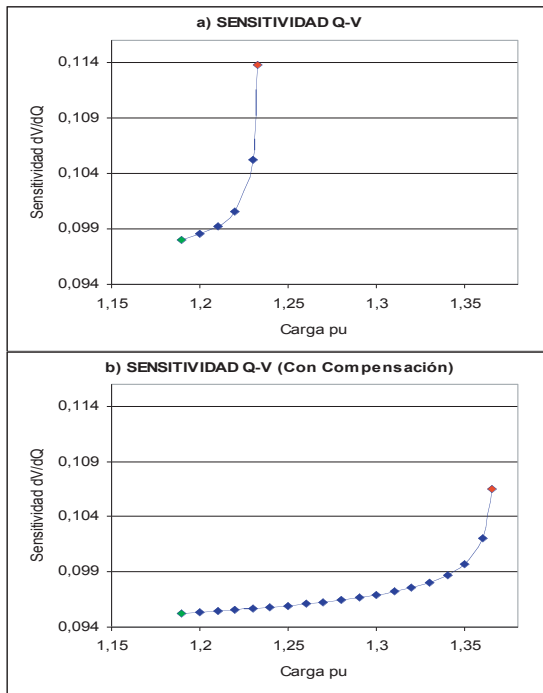


FIGURA 9: a) Curva de Sensitividad Q-V Sin Compensación. b) Curva de Sensitividad Q-V en Período Lluvioso Con Compensación

Para el mismo caso lluvioso se calculó la distancia al colapso que se tiene en otros puntos radiales del SNI.

TABLA 5: Cálculo de la Distancia al Colapso en Otras Barras

Barras de Entrega	Distancia al Colapso MW
Ibarra	11
Esmeraldas	16
Santa Elena	10
Posorja	28
Policentro	34

#### 4.1. Análisis de Resultados

- De acuerdo a los resultados presentados la Zona Portoviejo-Chone se encuentra operando en los límites de estabilidad de voltaje. Se debe considerar que los despachos económicos mantengan en horas pico siempre 3 unidades de Hidronación, hasta que TRANSELECTRIC incorpore compensación reactiva en la zona.
- En caso de indisponibilidad de la Central Esmeraldas, necesariamente la carga de la S/E Tulcán debe transferirse al sistema colombiano

caso contrario en demanda punta operaría en el límite de estabilidad de voltaje (voltaje 0,92pu).

- La zona de Santa Elena esta cercana a la inestabilidad, ésta aumenta en los períodos vacacionales y puede llegar al colapso de voltaje (desconexión de carga por bajo voltaje). Procurar mantener parque térmico disponible en la zona para próximos meses.
- Tomando en cuenta el crecimiento de la demanda y una vez que TRANSELECTRIC incorpore compensación en Portoviejo, las nuevas barras críticas son las que se muestran en la Tabla 5.

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Los factores de participación y de sensibilidad Q-V ayudan a identificar las zonas vulnerables y las barras críticas del sistema.
- Con la determinación de las curvas P-V se pudo encontrar la distancia al colapso de voltaje, en las barras críticas.
- El resultado de este estudio identificó en forma analítica las áreas sensibles ante el incremento de la carga y corroboró lo que en operación de tiempo real se viene presentando, problemas de bajos voltajes.
- Con este estudio se pudo medir la distancia que faltaría a cada barra para tener un colapso de voltaje e identificar la generación que obligatoriamente debe ser despachada en tiempo real para no tener problemas de estabilidad de voltaje y de proponer ubicación mas adecuada de compensación de potencia reactiva en el corto plazo.
- Considerando que actualmente la operación del sistema eléctrico ecuatoriano refleja a través de este estudio posibles problemas por estabilidad de voltaje, a muy corto tiempo, se debe persuadir a las entidades respectivas tomar decisiones inmediatas de inversión.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] KUNDUR, Prabha; Power System Stability and Control; McGraw-Hill; Inc. 1994, pp. 707-709:959 - 1000.
- [2] GAO, B.; MORISON, G.K.; KUNDUR, P. ; Voltage Stability Evaluation Using Modal Analysis; IEEE. Transactions on Power Systems, Vol. 7 N - 4, November 1992.



- [3] PLAZARTE, Juan; Programa Flujos de Potencias y Módulo de Estabilidad de Voltaje.
- [4] R. Mario, T. Alvaro, María Teresa de Torres; Estabilidad de Voltaje en Sistemas de Potencia – Caso de Aplicación a la Empresa de Energía de Bogotá; Revista de Ingeniería UNIANDES.
- [5] GAMBOA, W., GARZÓN, W.; Estabilidad de Voltaje y Control Óptimo de Potencia a Través de la Tecnología FACTS; Cap. 3 Tesis de Grado, 2002.



**Wilmer Gamboa Naranjo.-**  
Nació el 31 de marzo de 1975 en Ambato. Cursó sus estudios superiores en Ingeniería Eléctrica en la Escuela Politécnica Nacional de Quito, basando su Proyecto de Titulación en el Análisis de Estabilidad de Voltaje y Control Óptimo de Potencia con Tecnología FACTS.

Desde el 2001 se desempeña como Operador de Generación y Transmisión del Sistema Nacional Interconectado en la Dirección de Operaciones del Centro Nacional de Control de Energía – CENACE.



**Juan Plazarte Achig.-** Ingeniero Eléctrico graduado en la Escuela Politécnica Nacional de Quito, en el 2000. Obtuvo su título de Master en Investigación de Operaciones en la Escuela Politécnica Nacional en el 2004.

Desde 1999 hasta la fecha trabaja en la Dirección de Operaciones en el Centro Nacional de Control de Energía – CENACE. Su ámbito de interés e investigación se encuentra en buscar metodologías de optimización aplicada a la potencia reactiva de los sistemas eléctricos.